Technische Universität Braunschweig

Institut für Theoretische Informatik

Dr. Jürgen Koslowski

Algebraische Automatentheorie

Blatt 6, 2018-11-29

Aufgabe 1 [12 Punkte]

Zeigen Sie, dass Limiten und Colimiten von Diagrammen der Form $\bullet \underset{a}{\overset{\bullet}{\rightrightarrows}} \bullet$ mit $a ; a = a$ im Wesentlichen übereinstimmen.

Aufgabe 2 [12 Punkte]

Betrachte zwei kommutative Quadrate:

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, "f"] \arrow[d, "h"'] & B \arrow[r, "m"] \arrow[d, "g"] & E \arrow[d, "n"] \\ C \arrow[r, "k"'] & D \arrow[r, "p"'] & F \end{tikzcd} \tag{1}$$

Zeigen Sie: wenn das rechte Quadrat ein Pullback ist, dann ist das linke Quadrat genau dann ein Pullback, wenn das gesamte Rechteck ein Pullback ist.

Die Implikation läßt sich aber nicht umkehren!

Aufgabe 3 [12 Punkte]

Wir ordnen einer Halbgruppe $\langle S, \cdot \rangle$ wie folgt einen Graphen S-***idp*** zu:

- ▷ Objekte sind die idempotenten Elemente von S ;
- ▷ Morphismen von a nach b sind Elemente $f \in S$ mit $a \cdot f = f = f \cdot b$.

1. Zeigen Sie, dass auf S-***idp*** eine kanonische Komposition definiert ist, die S-***idp*** zu einer kleinen Kategorie macht.
2. Wenn S ein Monoid ist, welche Beziehung besteht dann zwischen den Hom-Mengen von S-***idp*** ?
3. Erweitern Sie ***idp*** zu einem Funktor ***sgr*** $\longrightarrow$ ***cat***.
4. Auf welche Weise induziert jede erkennbare Teilmenge $L \subseteq M$ erkennbare Teilmengen der Endo-Hom-Mengen $\langle i, i \rangle M$-***idp*** , $i \in M$ idempotent?

Abgabe: Donnerstag, 2018-12-06, 13:15