WS 2013/2014 22.10.2013

Übungen zur Vorlesung
Bäume, Ordnungen und Anwendungen
Blatt 1

Juniorprof. Dr. Roland Meyer Abgabe bis 29.10.2013 um 14h

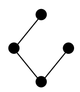
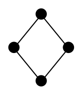
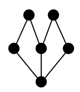
Aufgabe 1.1 (Programmverifikation)
Führen Sie eine *Livness*-Analyse für die Variablen des folgenden Programms durch:

1: $x := 3$
2: $y := 1$
3: $z := 0$
4: **while** $x > 1$ **do**
5: $\quad z := x \cdot y$
6: $\quad x := x - 1$
7: $\quad y := z$
8: $\quad z := 0$

a) Berechnen Sie – beginnend vom Ende – für jede Zeile die Menge der Variablen, die vor dem nächsten Schreiben (oder dem Ende) nicht mehr gelesen werden.
Führen Sie diese Berechnung bis zum Fixpunkt durch und geben Sie an, ob ggf. Zeilen gestrichen werden können.

b) Welche abstrakte Domäne benutzen Sie? Gibt es mit Sicherheit einen Fixpunkt?

Aufgabe 1.2 (Verbände)
Geben Sie für die folgenden Strukturen an, ob sie (vollständige) Verbände sind:

	Struktur	kein Verband	Verband	vollständig
a)		☐	☐	☐
b)		☐	☐	☐
c)		☐	☐	☐

d) Betrachten Sie die Menge $I := \{[a, b] \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ der Intervalle über den reellen Zahlen. Ist $(I, \subseteq)$ ein (vollständiger) Verband? Wie berechnet man $\sqcup$ in $(I, \subseteq)$?

Aufgabe 1.3 (Verbände)
Seien $(D_1, \leq_1)$ und $(D_2, \leq_2)$ ein vollständige Verbände. Zeigen Sie:

a) $\top = \sqcap\emptyset = \sqcup D_1$ und $\bot = \sqcup\emptyset = \sqcap D_1$

b) $(D_1 \times D_2, \leq)$ ist ein vollständiger Verband,
wobei $(d_1, d_2) \leq (d_1', d_2')$ gdw. $d_1 \leq_1 d_1'$ und $d_2 \leq_2 d_2'$.

c) Für jede Menge M ist die Potenzmenge $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ ein vollständiger Verband.

d) Jeder endliche Verband ist vollständig.

Abgabe bis 29.10.2013 um 14h im Kasten neben Raum 34-401.4