Prof. Dr. Roland Meyer
Sebastian Muskalla

# Logik
## Aufgabenblatt 1 (Präsenz)

TU Kaiserslautern
Sommersemester 2016

Ausgabe: 27. April — Bearbeitung: 28/29. April

Diese Aufgaben bearbeiten Sie gemeinsam in der Übungsstunde in dieser Woche.

**Aufgabe 1: Strukturelle Induktion**

Beweisen Sie mit struktureller Induktion **über den Aufbau** der aussagenlogischen Formeln:

a) In jeder aussagenlogischen Formel $A \in F$ ist die Anzahl der Klammerpaare gleich der Anzahl der Operatoren.

b) Sei $n$ die Anzahl der Vorkommen von Variablen von $A \in F$. Dann ist die Anzahl der Operatoren in $A$ mindestens $n$ - 1.

**Aufgabe 2: Wahrheitstafel**

Sei $\oplus$ ein binärer Junktor, so dass für jede Bewertung $\psi$ gilt:

$$\psi(A \oplus B) = \begin{cases} 1 - \psi(A) & \text{falls } \psi(B) = 1, \\ \psi(A) & \text{falls } \psi(B) = 0. \end{cases}$$

Finden Sie eine Formel $C \in F$, die nur die „normalen" Junktoren $\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$ verwendet, so dass $A \oplus B \models\!\!\dashv C$ gilt. Das heißt, dass $A \oplus B$ und $C$ logisch äquivalent sind: $A \oplus B \models C$ und $C \models A \oplus B$. Zeigen Sie die Äquivalenz mit Hilfe einer Wahrheitstafel.

**Aufgabe 3: Boolsche Funktionen**

Zeigen Sie, dass es wie in der Vorlesung angemerkt eine Eins-zu-Eins-Entsprechung zwischen Boolschen Funktionen in $n$ Parametern und aussagenlogischen Formeln über $n$ Variablen gibt.

Das heißt, zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$:

a) Das Auswerten jeder aussagenlogische Formel $A \in F$, in der höchstens $n$ verschiedene Variablen vorkommen, definiert eine Boolsche Funktion $f_A : \mathbb{B}^n \rightarrow \mathbb{B}$.

b) Zu jeder Boolschen Funktion $f : \mathbb{B}^n \rightarrow \mathbb{B}$ gibt es eine aussagenlogische Formel $A_f$, die höchstens $n$ verschiedene Variablen verwendet, die sich beim Auswerten wie $f$ verhält.