

Übungen zur Vorlesung Logik
Blatt 7

Jun.-Prof. Dr. Roland Meyer

Abgabe bis 24.07.2012 12:00 Uhr

Please note: The points on this sheet are not counted towards the 100% of which you need at least 60%.

Achtung: Die Punkte auf diesem Blatt zählen nicht zu den 100%, von denen mindestens 60% erreicht werden müssen.

Aufgabe 7.1 [Resolution]

Zeigen Sie, dass die Formel

$$\forall z_1[q(z_1)] \vee \neg \forall x[(q(x) \vee r(x)) \wedge \exists z_2[\neg p(z_2) \wedge (p(z_2) \vee \neg r(x))]]$$

eine Tautologie ist. Dies bedeutet, dass Sie

- die Formel negieren,
- das Ergebnis in Klauselnormalform bringen und
- auf die Formel Klauselnormalform das Resolutionsverfahren anwenden.

Aufgabe 7.2 [Berechnung von MGU]

Entscheiden Sie für jede der folgenden Mengeni, ob sie unifizierbar ist und falls ja, bestimmen Sie einen MGU.

- $\{q(x, z), q(h(y, z), f(a)), q(h(f(b), z), z)\}$.
- $\{p(x, f(y)), p(f(a), y)\}$.

Aufgabe 7.3 [Gleichheit in der Prädikatenlogik]Zeigen Sie, dass zu jeder Formel A in Prädikatenlogik erster Stufe eine Formel A' konstruiert werden kann, die „ $=$ “ nicht enthält und zu A erfüllbarkeitsäquivalent ist.**Aufgabe 7.4** [Eine Anwendung auf Graphen]

Mit *Graph* meinen wir im folgenden einen (nicht notwendig endlichen) ungerichteten Graphen, der Schleifen besitzen kann. Die *Länge* eines Pfades in einem solchen Graphen ist die Anzahl der Kanten im Pfad. Der *Abstand* zweier Knoten ist die Länge des kürzesten Pfades zwischen ihnen. Einen Knoten nennen wir *isoliert*, wenn er zu keinem anderen Knoten eine Kante besitzt.

- Formalisieren Sie die folgende Aussage als prädikatenlogische Formel erster Stufe:
Ist der Abstand zwischen je zwei Knoten höchstens 2 und gibt es mindestens zwei verschiedene Knoten, so gibt es keinen isolierten Knoten.
- Negieren Sie die Formel und transformieren Sie das Ergebnis in eine erfüllbarkeitsäquivalente Formel ohne „ $=$ “.
- Zeigen Sie mittels Resolution, dass die so erhaltene Formel unerfüllbar ist.

Abgabe: bis 24.07.2012 12:00 Uhr im Kasten neben Raum 34/401.4