

Übungen zur Vorlesung Logik  
Blatt 3

Jun.-Prof. Dr. Roland Meyer

Abgabe bis 24.5.2013 12:00 Uhr

**Aufgabe 3.1** [Beweise im Kalkül  $\mathcal{F}_0$ ]

Zeigen Sie

- a)  $\neg(p \rightarrow q) \vdash_{\mathcal{F}_0} q \rightarrow p$   
 b)  ~~$p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash_{\mathcal{F}_0} \neg r \rightarrow (q \rightarrow \neg p)$~~   $r \rightarrow \neg(p \rightarrow p) \vdash_{\mathcal{F}_0} \neg r$   
 c)  $p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash_{\mathcal{F}_0} \neg r \rightarrow (q \rightarrow \neg p)$

Sie können alle Theoreme im alten Skript, Präsenzaufgabe 2.1 und das Deduktionstheorem, nicht jedoch die Vollständigkeit von  $\mathcal{F}_0$  benutzen.

**Aufgabe 3.2** [Vollständige offene Äste in Tableaux]

Beweisen Sie Lemma 2.10 aus den alten Folien mittels struktureller Induktion.

**Aufgabe 3.3** [Tableauxfolgerung]

Für eine Formelmeng  $\Sigma$  und eine Formel  $A$  schreiben wir  $\Sigma \vdash_{\tau} A$ , falls es für die Menge  $\Sigma \cup \{\neg A\}$  ein abgeschlossenes Tableau gibt. Zeigen Sie:

- a)  $A \wedge \neg B \vdash_{\tau} \neg(\neg A \wedge \neg B)$   
 b)  $A \wedge (A \rightarrow B) \vdash_{\tau} B$   
 c)  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash_{\tau} (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$

**Aufgabe 3.4** [Gentzen-Kalkül]

Zeigen Sie:

- a)  $\neg(p \rightarrow q) \vdash_G q \rightarrow p$   
 b)  $\vdash_G (p \wedge q) \rightarrow p \vee r$   
 c)  $s \wedge r, r \rightarrow \neg(p \wedge q) \vdash_G \neg p, \neg q$

**Abgabe: bis 24.5.2013 12:00 Uhr im Kasten neben Raum 34/401.4**