Übungen zur Vorlesung Logik
Blatt 7

Jun.-Prof. Dr. Roland Meyer Abgabe bis 25. Juli 2014, 12:00 Uhr

Aufgabe 7.1 [Prädikatenlogische Tableaus]

a) Zeigen Sie mittels eines Tableaus, dass die Formel

$$\Big(\forall x \forall y (\neg\neg p(x,y) \to p(y,x)) \wedge \forall x \exists y p(x,y)\Big) \to \forall x \exists y p(y,x)$$

allgemeinültig ist.

b) Zeigen Sie mittels eines Tableaus, dass die Formel

$$\neg\Big(\forall x\big[p(x) \to p(f(x))\big] \to \forall x\big[p(x) \to p(f(f(x)))\big]\Big)$$

unerfüllbar ist.

Aufgabe 7.2 [Unifikation]

Berechnen Sie einen allgemeinsten Unifikator für die folgende Menge an Literalen:

$$\{q(x,z), q(h(y,z), f(a)), q(h(f(b),z),z)\}.$$

Aufgabe 7.3 [Tableaus]

Für eine Formelmenge $\Sigma \subseteq \mathsf{FO}(S)$ und eine Formel $A \in \mathsf{FO}(S)$ schreiben wir $\Sigma \vdash_\tau A$, falls es ein abgeschlossenes Tableau zu $\Sigma \cup \{\neg A\}$ gibt.

Es seien $\Sigma \subseteq \mathsf{FO}(S)$ eine Formelmenge und $A, B \in \mathsf{FO}(S)$ Formeln mit $\Sigma \vdash_\tau A$ und $\Sigma \vdash_\tau A \to B$. Beweisen Sie, dass dann auch $\Sigma \vdash_\tau B$. *Hinweis:* Sie können annehmen, dass A und B atomar sind.

Aufgabe 7.4 [Vollständige Theorien]

Wie auf Präsenzblatt 6 erwähnt, nennt man zwei Strukturen $\mathcal{M}$ und $\mathcal{M}'$ *elementar äquivalent*, falls $T_{\mathcal{M}} = T_{\mathcal{M}'}$.

Es sei T eine konsistente Theorie. Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

a) Wenn T vollständig ist, dann sind je zwei Modelle von T elementar äquivalent.

b) Wenn je zwei Modelle von T elementar äquivalent sind, dann ist T vollständig. *Hinweis:* Verwenden Sie Präsenzaufgabe 6.2.

Abgabe: bis 25. Juli 2014, 12:00 Uhr im Kasten neben Raum 34/401.4