SS 2014 23. Juli 2014

Präsenzübungen zur Vorlesung Logik
Blatt 7

Jun.-Prof. Dr. Roland Meyer Bearbeitung am 24. und 25. Juli 2014

Präsenzaufgabe 7.1 [Resolution]
Zeigen Sie, dass die Formel

$$\forall z_1[q(z_1)] \vee \neg\forall x[(q(x) \vee r(x)) \wedge \exists z_2[\neg p(z_2) \wedge (p(z_2) \vee \neg r(x))]]$$

eine Tautologie ist. Dies bedeutet, dass Sie

a) die Formel negieren,

b) das Ergebnis in Klauselnormalform (Skolem + KNF) bringen und

c) auf die Formel in Klauselnormalform das Resolutionsverfahren anwenden.

Präsenzaufgabe 7.2 [Berechnung von MGU]
Entscheiden Sie für jede der folgenden Mengen, ob sie unifizierbar ist und falls ja, bestimmen Sie einen allgemeinsten Unifikator (MGU).

a) $\{q(f(a,x),z_1), q(f(y,g(z_1)),h(z_3)), q(z_2,h(b))\}$.

b) $\{p(x,f(y)), p(f(a),y)\}$.

Präsenzaufgabe 7.3 [Lifting-Lemma]
In der Vorlesung wurde das Lifting-Lemma für den Fall bewiesen, dass die Klauseln K_1 und K_2 variablen-disjunkt sind. Beweisen Sie das Lifting-Lemma für den allgemeinen Fall. Hierbei können Sie benutzen, dass es für variablen-disjunkte Klauseln gilt.

Präsenzaufgabe 7.4 [Widerlegungsvollständigkeit]
Es sei $A \equiv \forall x_1 \cdots \forall x_n B$ in Skolemform und B in KNF. Zeigen Sie: Für jede Herleitung $K_1, \ldots, K_n$ aus Klauseln von Formeln in $E(A)$ in aussagenlogischer Resolution gibt es eine Ableitung $K_1^*, \ldots, K_n^*$ aus B in prädikatenlogischer Resolution, wobei K_i Grundinstanz von K_i^* ist für $1 \leqslant i \leqslant n$. *Hinweis:* Führen Sie den Beweis mit Induktion nach n und verwenden Sie das Lifting-Lemma.