

Übungen zur Vorlesung
Einführung in die Logik
Blatt 3

Prof. Dr. Roland Meyer,
Sören van der Wall

Abgabe bis Do, 18. Juni 2020 um 23:59

Aufgabe 3.1 (Gentzen-Sequenzkalkül — 3 + 3 + 3 = 9 Pkt)

Zeigen Sie die folgenden Aussagen im Gentzen-Sequenzkalkül. Notieren Sie die Beweise wie in der Vorlesung bottom-up und baumartig. Notieren Sie in jedem Schritt, welche Regel angewandt wurde.

- a) $\neg(p \rightarrow q) \vdash_G q \rightarrow p$
- b) $\vdash_G (p \wedge q) \rightarrow (p \vee r)$
- c) $s \wedge r, r \rightarrow \neg(p \wedge q) \vdash_G \neg p, \neg q$

Aufgabe 3.2 (Tableaux — 3 + 3 + 3 + 15 = 24 Pkt)

- a) Zeigen Sie unter Verwendung eines Tableaus, dass $((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p))$ eine Tautologie ist.
- b) Zeigen Sie unter Verwendung eines Tableaus, dass $(p \rightarrow (q \wedge r)) \wedge ((r \rightarrow \neg q) \wedge p)$ unerfüllbar ist.
- c) Zeigen Sie unter Verwendung eines Tableaus, dass $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge \neg((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$ unerfüllbar ist.
- d) Zeigen Sie das Lemma von Hintikka: Eine vollständige Menge Θ ist genau dann erfüllbar, wenn sie offen ist.

Hint: Nutzen Sie dazu den Ansatz aus der Vorlesung und eine Induktion über die Strukturtiefe der Formeln in Θ . Welche Fälle sind im Induktionsschritt zu unterscheiden?

Aufgabe 3.3 (Davis-Putnam — 9 Pkt)

Zeigen Sie unter Verwendung des Davis-Putnam-Verfahrens aus der Vorlesung, dass die folgende aussagenlogische Formel eine Tautologie ist. Verwenden Sie dabei die Unit-Regel immer wenn dies möglich ist. Die anderen Regeln dürfen Sie nach Belieben verwenden. Notieren Sie in jedem Schritt, welche Regel Sie angewandt haben.

$$(\neg s \wedge \neg q \wedge \neg p) \vee (\neg q \wedge \neg p \wedge \neg r) \vee (\neg q \wedge \neg p \wedge \neg r \wedge t) \vee (r) \vee (\neg q \wedge p) \vee (p \wedge t) \vee (\neg t \wedge q) \vee (\neg p \wedge t)$$

Aufgabe 3.4 (Resolution — 8 Pkt)

Zeigen Sie mittels Resolution, dass die folgende Formel eine Tautologie ist.

$$(p \wedge q \wedge \neg t) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg s) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg q \wedge s) \vee (\neg r \wedge q) \vee (r \wedge q)$$

Abgabe bis Do, 18. Juni 2020 um 23:59 per Mail an Ihren Gruppenleiter.