

Übungen zur Vorlesung  
Einführung in die Logik  
Blatt 4

Prof. Dr. Roland Meyer,  
Sören van der Wall

Abgabe bis Fr, 18. Juni 2021 um 23:59

**Aufgabe 4.1** (Normalformen —  $4 + 3 + 3 = 10$  Pkt)

Berechnen Sie für die Formel  $(p \vee q) \wedge (r \rightarrow \neg p) \wedge [\neg p \leftrightarrow (s \wedge \neg q)]$

- a) NNF
- b) DNF
- c) KNF

**Aufgabe 4.2** (Tseitin —  $10$ )

Berechnen Sie zu der Formel  $(p \wedge q) \rightarrow [\neg q \rightarrow (r \wedge \neg r)]$  eine erfüllbarkeitsäquivalente Formel mithilfe des Tseitin-Verfahrens. Geben Sie zunächst den Syntaxbaum der Formel an.

**Aufgabe 4.3** (Größe von DNFs —  $15$  Pkt)

In der Vorlesung haben Sie gehört, dass es Formeln gibt, die keine „kleinen“, äquivalenten DNFs besitzen. Geben Sie ein Schema für eine Formel an, das für jedes  $n \in \mathbb{N}$  eine Formel mit  $\sim 2n$  Operatoren erzeugt und jede DNF der Formel hat mindestens  $2^n$  Operatoren.

Gilt das auch für KNFs? Geben Sie eine kurze Begründung an.

**Aufgabe 4.4** (König's Lemma —  $15$  Pkt)

Sei  $\Sigma$  ein Alphabet, d.h. eine endliche Menge von Symbolen. Ein endliches Wort  $w$  über  $\Sigma$  ist eine endliche Folge von Symbolen aus  $\Sigma$ , d.h.  $w = a_0 \dots a_k$  mit  $a_i \in \Sigma$  für  $i \in \{0, \dots, k\}$ . Ein unendliches Wort  $w$  über  $\Sigma$  ist eine unendliche Folge von Symbolen aus  $\Sigma$ , d.h.  $w = a_0 a_1 a_2 \dots$  mit  $a_i \in \Sigma$  für  $i \in \mathbb{N}$ . Ein Präfix eines Wortes  $w = a_0 \dots a_k$  (bzw.  $w = a_0 \dots$ ) ist ein Wort  $a_0 \dots a_j$  mit  $j \leq k$  (bzw.  $j \in \mathbb{N}$ ).

Sei  $L$  eine Präfix-abgeschlossene Menge von endlichen Wörtern über  $\Sigma$ , d.h. wenn ein Wort  $w$  in  $L$  enthalten ist, dann auch alle seine Präfixe.

Zeigen Sie: Wenn  $L$  unendlich ist, dann gibt es ein unendliches Wort über  $\Sigma$ , dessen (endliche) Präfixe alle in  $L$  enthalten sind.

**Abgabe bis Fr, 18. Juni 2021 um 23:59 per StudIP in Ihren Gruppenordner.**