




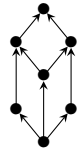
Übungen zur Vorlesung  
 Programmanalyse  
 Blatt 1

Prof. Dr. Roland Meyer, Sebastian Wolff

Abgabe bis 25.10.2017 um 12 Uhr

**Aufgabe 1.1** (Verbände)

Geben Sie für die folgenden Strukturen an, ob sie (vollständige) Verbände sind:

	Struktur	kein Verband	Verband	vollständig
a)		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Betrachten Sie die Menge  $I := \{[a, b] \mid a, b \in \mathbb{R}\}$  der Intervalle über den reellen Zahlen. Ist  $(I, \subseteq)$  ein (vollständiger) Verband? Wie berechnet man  $\sqcup$  in  $(I, \subseteq)$ ?

**Aufgabe 1.2** (Verbände)

Seien  $(D_1, \leq_1)$  und  $(D_2, \leq_2)$  vollständige Verbände. Zeigen Sie:

- a)  $\top = \sqcap \emptyset = \sqcup D_1$  und  $\perp = \sqcup \emptyset = \sqcap D_1$
- b)  $(D_1 \times D_2, \leq)$  ist ein vollständiger Verband, wobei  $(d_1, d_2) \leq (d'_1, d'_2)$  gdw.  $d_1 \leq_1 d'_1$  und  $d_2 \leq_2 d'_2$ .
- c) Für jede Menge  $M$  ist die Potenzmenge  $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$  ein vollständiger Verband.
- d) Jeder endliche Verband ist vollständig.

**Aufgabe 1.3** (Distributivität)

Seien  $(D, \leq)$  ein Verband und  $x, y \in D$ .

- a) Zeigen Sie: Ist  $f : D \rightarrow D$  monoton, so gilt  $f(x \sqcup y) \geq f(x) \sqcup f(y)$ .

- b)  $f : D \rightarrow D$  heißt *distributiv*, falls  $f(x \sqcup y) = f(x) \sqcup f(y)$  für alle  $x, y \in D$ .  
Zeigen Sie: Falls  $f$  distributiv ist, so ist  $f$  auch monoton.

**Abgabe bis 25.10.2017 um 12 Uhr im Kasten neben Raum IZ 343**