WS 2017/2018 06.12.2017

Übungen zur Vorlesung
Programmanalyse
Blatt 7

Prof. Dr. Roland Meyer,
M. Sc. Sebastian Wolff
M. Sc. Elisabeth Neumann Abgabe bis 13.12.2017 um 12 Uhr

Aufgabe 7.1 (Verification Conditions)
Betrachten Sie folgendes (annotiertes) Programm p.

$\{A\} = \{a \geq 0 \land c = 0 \land x = a\}$
while $(a > 0)$ **do**
    $\{I_1\} = \{c = \sum_{i=a+1}^{x} i \land a \geq 0 \land x \geq 0\}$
    $[b := 0]$
    while $(a \neq b)$ **do**
        $\{I_2\} = \{c = b + \sum_{i=a+1}^{x} i \land a > 0 \land x \geq 0\}$
        $[c := c + 1]$
        $[b := b + 1]$
    $[a := a - 1]$
$\{B\} = \{c = \frac{(x+1)*x}{2}\}$

Zeigen Sie dass $\models \{A\}\ p\ \{B\}$ indem Sie zeigen dass $\models vc(\{A\}\ p\ \{B\})$ gilt.

Aufgabe 7.2 (Verification Conditions)
Zeigen Sie den Satz Soundness/Korrektheit aus dem Skript.

$$\models vc(\{A\}\ c\ \{B\}) \text{ impliziert } \models \{A\}\ c\ \{B\}$$

Aufgabe 7.3 (Galois-Verbindungen)
Geben Sie im Folgenden jeweils an, ob das Paar (α, γ) eine Galoisverbindung ist. Bei den Paaren, die keine Galoisverbindungen sind, geben Sie jeweils ein Gegenargument bzw. Gegenbeispiel an.

	L	M	α	γ
a)	$(\mathbb{Z}_{\pm\infty}, \leq)$	$(\mathbb{P}(\mathbb{Z}), \subseteq)$	$z \mapsto \{z\}, -\infty \mapsto \emptyset, \infty \mapsto \mathbb{Z}$	$m \mapsto \bigsqcup\{z \mid z \in m\}$
b)	$(\mathbb{P}(\mathbb{Z}), \subseteq)$	$(\mathbb{Z}_{\pm\infty}, \leq)$	$l \mapsto \bigsqcup\{z \mid z \in l\}$	$z \mapsto \{z\}, -\infty \mapsto \emptyset, \infty \mapsto \mathbb{Z}$
c)	$(\mathbb{Z} \cup \{\bot, \top\}, \sqsubseteq)$	$(\mathbb{P}(\mathbb{Z}), \subseteq)$	$z \mapsto \{z\}, \top \mapsto \mathbb{Z}, \bot \mapsto \emptyset$	$m \mapsto \bigsqcup\{a \mid a \in m\}$
d)	$(\mathbb{Z}_{\pm\infty}, \leq)$	$\left(\mathbb{Z}_{\pm\infty}^2, \leq^2\right)$	$l \mapsto (l, l)$	$(l_1, l_2) \mapsto l_1$
e)	$\left(\mathbb{P}\left(\mathbb{R}^2\right), \subseteq\right)$	$\left(\operatorname{conv}\mathbb{R}^2, \subseteq\right)$	$l \mapsto \operatorname{conv}(l)$	$m \mapsto m$

Dabei sind

- $z \in \mathbb{Z}, l \in L, m \in M$
- $\mathbb{Z}_{\pm\infty} := \mathbb{Z} \cup \{-\infty, +\infty\}$, $-\infty \leq +\infty$ und für alle $z \in \mathbb{Z}$ gilt $-\infty \leq z$, $z \leq +\infty$.
- $z_1 \sqsubseteq z_2$ gdw. $z_1 = \bot \vee z_2 = \top$
- $(l_1, l_2) \leq^2 (l_3, l_4)$ wenn $l_1 \leq l_3$ und $l_2 \leq l_4$ für $l_1, l_2, l_3, l_4 \in \mathbb{Z}_{\pm\infty}$.
- $\operatorname{conv} \mathbb{R}^2$ die *konvexen Mengen* über $\mathbb{R}^2$ bzw. $\operatorname{conv}(l)$ die *konvexe Hülle* von l. Eine Teilmenge $m \subseteq \mathbb{R}^2$ heißt konvex, wenn jede Verbindungsstrecke zwischen zwei Punkten in m selbst vollständig in m liegt. Die konvexe Hülle $\operatorname{conv}(l)$ is die kleinste konvexe Menge m, die l enthält.

Abgabe bis 13.12.2017 um 12 Uhr im Kasten neben Raum IZ 343