



Theoretische Informatik 2

Aufgabenblatt 5, 2019-07-02

Hausaufgabe 1 [12 PUNKTE]

Weisen Sie die **NP**-Vollständigkeit des E-Problem CLIQUE nach (vergl. Blatt 4, Aufgabe 4). Warum folgt damit auch die **NP**- Vollständigkeit der Probleme UM und KÜ?

Hausaufgabe 2 [15 PUNKTE]

In BOTTLENECK-TSP: besteht die Eingabe $\langle G = \langle V, E \rangle, c, K \rangle$ aus einem ungerichteten Graphen G , einer Kostenfunktion $E \xrightarrow{c} \mathbb{N}$ und einer Zahl $K \in \mathbb{N}$. Zu entscheiden ist, ob ein Hamilton'scher Kreis existiert, dessen Kanten alle die Bedingung $c(e) \leq K$ erfüllen.

Zeigen Sie, daß BOTTLENECK-TSP **NP**-vollständig ist.

Hausaufgabe 3 [12 PUNKTE]

Betrachten Sie das folgende Entscheidungsproblem ROT/GRÜN-UMC:

Eingabe: ein Graph $G = \langle V, E \rangle$ dessen Kanten mit den Farben rot und grün gefärbt sind, und eine Zahl $k \leq |V|$.

Aufgabe: Entscheiden, ob G sowohl eine unabhängige Menge der Größe k bzgl. der roten als auch eine Clique der Größe k bzgl. der grünen Kanten hat.

Untersuchen Sie ROT/GRÜN-UMC auf **NP**-Vollständigkeit.

Hausaufgabe 4 [16 PUNKTE]

Wir betrachten die Formel $F = x_0 \vee x_1 \vee x_2$ in 3-KNF und den Hilfsgraphen $\tilde{R}(F)$ mit einem Dreieck aus Knoten K_i und Kanten x_i , $i < 3$, je zwei parallelen Kanten von 0 nach 1 (für x_0 wahr bzw. falsch), von 1 nach 2 (für x_1 wahr bzw. falsch) und von 2 nach 3 (für x_2 wahr bzw. falsch), den besonderen Verbindungen zwischen diesen Kanten und den Dreiecks-Kanten, sowie zwei Extra-Knoten A und B .

Die Knoten K_i , $i < 3$, 0, 3, A und B sollen eine Clique bilden.

Untersuchen sie folgende Belegungen darauf, ob sie einen Hamilton'schen Kreis in $R(F)$ induzieren, und zeichnen Sie ggf. einen. (Die Belegung legt fest, welche der parallelen Kanten in $\tilde{R}(F)$ zum Kreis gehören sollen):

- (1) φ bildet alle Atome x_i , $i < 3$, auf 1 ab;
- (2) φ bildet x_0 auf 0 und x_1 , x_2 , auf 1 ab;
- (3) φ bildet x_0 , x_1 auf 0 und x_2 , auf 1 ab;
- (4) φ bildet alle Atome x_i , $i < 3$, auf 0 ab.