WS 2017/2018 — 30.10.2017

Übungen zur Vorlesung
Theoretische Informatik I
Blatt 2

Prof. Dr. Roland Meyer,
M. Sc. Elisabeth Neumann

Abgabe bis 06.11.2017 um 12 Uhr

Aufgabe 2.1 (Reachable Values-Analyse)
Betrachten Sie das links stehende Bool'sche Programm. Untersuchen Sie für jeden Block, welche Belegungen die Variablen am Eingang annehmen können. Benutzen Sie dazu das Datenflusssystem $S = (G, (D, \subseteq), i, TF)$, mit $D = \mathcal{P}(\{false^x, true^x, false^y, true^y\})$ und $i = \{false^x, false^y\} \in D$, und gehen Sie wie folgt vor:

$[x := \mathit{true}]^1$
$[y := \mathit{true}]^2$
while $[x]^3$ **do**
  $[y := \neg x]^4$
  if $[\neg y]^5$ **then**
    $[x := \neg x]^6$
  else
    $[x := \neg y]^7$
  end if
end while
$[\mathit{skip}]^8$

a) Zeichnen Sie den zugehörigen Kontrollflussgraphen G.

b) Geben Sie die Familie der monotonen Transferfunktionen

$$TF = \{f_i : D \to D \mid i \in \{1, \ldots, 8\}\}$$

an, wobei f_i den Effekt des Blocks mit Label i im Abstrakten imitiert. Hierbei überapproximieren wir und berücksichtigen die Bedingungen (z.B. von Schleifen) nicht.

c) Geben Sie das durch S induzierte Gleichungssystem an.

d) Lösen Sie das Gleichungssystem mit Hilfe des Satzes von Kleene.

Aufgabe 2.2 (Verbände)

a) Seien $(D_1, \leq_1)$ und $(D_2, \leq_2)$ vollständige Verbände. Zeigen Sie dass dann auch $(D_1 \times D_2, \leq)$ ein vollständiger Verband ist,
wobei $(d_1, d_2) \leq (d_1', d_2')$ gdw. $d_1 \leq_1 d_1'$ und $d_2 \leq_2 d_2'$.

b) Zeigen Sie dass für jede Menge M $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ ein vollständiger Verband ist.

Aufgabe 2.3 (Distributivität)
Seien $(D, \leq)$ ein Verband und $x, y \in D$.

a) Zeigen Sie: Ist $f : D \to D$ monoton, so gilt $f(x \sqcup y) \geq f(x) \sqcup f(y)$.

b) $f : D \to D$ heißt *distributiv*, falls $f(x \sqcup y) = f(x) \sqcup f(y)$ für alle $x, y \in D$.
Zeigen Sie: Falls f distributiv ist, so ist f auch monoton.

Aufgabe 2.4 (Distributivität)
Sei $(\mathcal{P}(A), \sqsubseteq)$ ein vollständiger Verband, wobei A endlich und $\sqsubseteq \in \{\subseteq, \supseteq\}$ anzunehmen ist. Ferner sei $f_b : \mathcal{P}(A) \to \mathcal{P}(A)$ eine Transferfunktion mit der Abbildung

$$X \mapsto (X \setminus \mathit{kill}(b)) \cup \mathit{gen}(b),$$

wobei $\mathit{kill}(b), \mathit{gen}(b) \in \mathcal{P}(A)$. Zeigen Sie, dass f_b distributiv ist. Damit haben Sie gezeigt, dass das Bitvektor-Framework ein distributives Framework ist (siehe Seite 31 in den Folien zu Datenflussanalyse).

Abgabe bis 06.11.2017 um 12 Uhr im Kasten neben Raum 343.