Thomas Haas
Prof. Dr. Roland Meyer

Theoretische Informatik 1
Übungsblatt 3

TU Braunschweig
Wintersemester 2019/20

Ausgabe: 26.11.2019 Abgabe: 05.12.2019, 15:00

Geben Sie Ihre Lösungen bis Donnerstag, 05.12.2019, 15:00 Uhr, durch Einwerfen in die Übungskästen neben Büro IZ 343 ab. Geben Sie in Gruppen von 4 Personen ab.

Die Verweise (wie z.B. Satz 3.18) beziehen sich auf die aktuelle Version der Vorlesungsnotizen.

Aufgabe 1: Satz 3.18 [8 Punkte]

Es sei $A = (Q_A, q_0, \to, Q_F)$ ein NFA, und $A^{\text{det}} = (Q^{\text{det}}, q_0^{\text{det}}, \to_{\text{det}}, Q_F^{\text{det}})$ der durch die Rabin-Scott-Potenzmengenkonstruktion entstehende Automat mit $Q^{\text{det}} = \mathcal{P}(Q_A) = \{Q \mid Q \subseteq Q_A\}$, $q_0^{\text{det}} = \{q_0\}$ und $Q_F^{\text{det}} = \{Q \subseteq Q_A \mid Q \cap Q_F \neq \emptyset\}$. Es gilt $Q \xrightarrow{a}_{\text{det}} Q'$ gdw. $Q' = \{q' \in Q_A \mid \exists q \in Q\colon q \xrightarrow{a} q'\}$. Beachten Sie, dass A^{det} deterministisch ist, da es für jedes Paar aus Zustand Q und Symbol a einen eindeutigen Nachfolgezustand Q' gibt.

Ziel dieser Aufgabe ist es, Satz 3.18 zu beweisen. Gehen Sie hierzu wie folgt vor:

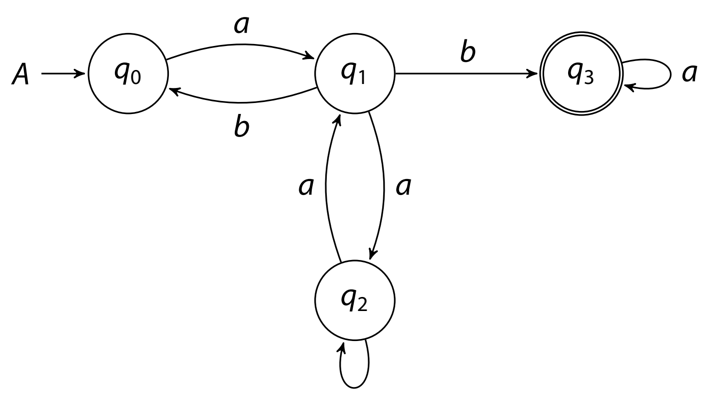
a) [3 Punkte] Zeigen Sie durch Induktion nach i: Zu jedem Lauf $q_0 \xrightarrow{a_1} q_1 \xrightarrow{a_2} \dots \xrightarrow{a_i} q_i$ von A gilt für den (eindeutigen) Lauf $Q_0 = q_0 \xrightarrow{a_1}_{\text{det}} Q_1 \xrightarrow{a_2}_{\text{det}} \dots \xrightarrow{a_i}_{\text{det}} Q_i$ von A^{det}, der das selbe Wort liest, $q_i \in Q_i$.

b) [3 Punkte] Zeigen Sie durch Induktion nach i: Zu jedem Lauf $Q_0 = q_0 \xrightarrow{a_1}_{\text{det}} Q_1 \xrightarrow{a_2}_{\text{det}} \dots \xrightarrow{a_i}_{\text{det}} Q_i$ von A^{det} und jedem Zustand $q_i^{\text{det}} \in Q_i$ gibt es einen Lauf $q_0 \xrightarrow{a_1} q_1 \xrightarrow{a_2} \dots \xrightarrow{a_i} q_i = q_i^{\text{det}}$ von A, der das selbe Wort liest und in q_i^{det} endet.

c) [2 Punkte] Beweisen Sie unter Verwendung von a) und b), dass $\mathcal{L}(A) = \mathcal{L}(A^{\text{det}})$ gilt.

Aufgabe 2: NFA zu REG mit Ardens Lemma [7 Punkte]

Gegeben sei der folgende NFA A über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$:



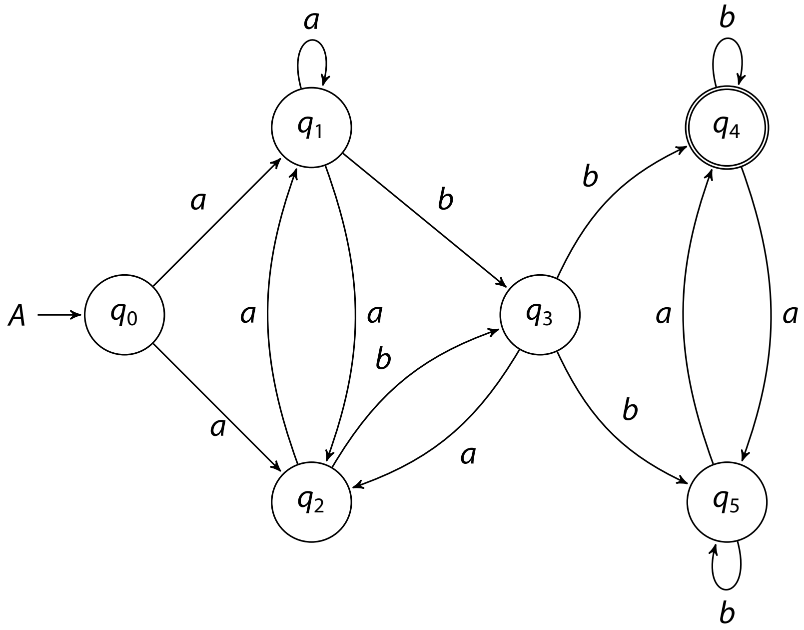
a) [1 Punkt] Geben Sie das zu A gehörige Gleichungssystem an.

b) [3 Punkte] Bestimmen Sie einen regulären Ausdruck für $\mathcal{L}(A) = X_0$, indem Sie das Gleichungssystem unter Verwendung von Ardens Lemma lösen.

c) [3 Punkte] Konstruieren Sie aus dem regulären Ausdruck einen NFA B mit $\mathcal{L}(B) = X_0$. Vergleichen Sie die Größe (Zustandsanzahl) von A und B.

Aufgabe 3: Potenzmengenkonstruktion und Komplementierung [7 Punkte]

Gegeben sei der folgende NFA A über $\Sigma = \{a, b\}$.



a) [2 Punkte] Determinisieren Sie A, bestimmen Sie also einen DFA A^{det} mit $\mathcal{L}(A) = \mathcal{L}(A^{\text{det}})$ unter Verwendung der Rabin-Scott-Potenzmengenkonstruktion.

Hinweis: Sie können sich auf die Zustände beschränken, die vom Startzustand $\{q_0\}$ aus erreichbar sind. Konstruieren Sie hierzu zu bereits vorhanden Zuständen ihre Nachfolger bis Sie keinen neuen Zustände mehr erhalten, beginnend beim Startzustand $\{q_0\}$.

b) [1 Punkt] Vergleichen Sie die Größe der Zustandsmenge von A^{det} mit dem Worst-Case-Wert $2^{|\{q_0,\dots,q_4\}|}$.

c) [1 Punkt] Konstruieren Sie den Automaten $\overline{A^{\text{det}}}$ mit $\mathcal{L}(\overline{A^{\text{det}}}) = \overline{\mathcal{L}(A)}$.

d) [3 Punkte] Geben Sie exemplarisch für das Wort $w = aababba$ alle möglichen Läufe von A auf w und den eindeutigen Lauf von A^{det} auf w an. Wie viele Läufe auf $w = aababba$ gibt es in A? Gilt $w \in \mathcal{L}(A)$?

Aufgabe 4: Input sanitization [8 Punkte]

Überprüfen Sie die folgenden Probleme darauf, ob diese sich als Probleme über regulären Sprachen auffassen lassen oder nicht. Begründen Sie ihre Antwort indem Sie z.B. einen regulären Ausdruck, einen Automaten oder eine Automatenkonstruktion angeben, falls möglich, oder argumentieren, dass die Sprache tatsächlich nicht regulär ist. Korrektheitsbeweise sind nicht gefordert.

Hierbei handelt es sich um eine Überprüfung von Benutzereingaben. Nehmen sie als Alphabet $\Sigma = L \cup U \cup D \cup S \cup W$ an, wobei L die Kleinbuchstaben (lower-case), U die Großbuchstaben (uppercase), *D* die Ziffern (digits), *S* die Sonderzeichen (special characters) und *W* die Leerzeichen (white spaces) sind.

a) [1 Punkt] *Username:* Hat der eingegeben Text **mindestens 4 Zeichen** und **keine Sonderzeichen**?

b) [2 Punkte] *Escaped Strings*: Hat der eingebene Text folgende Eigenschaft: *Entweder* ist ein vorkommendes **Sonderzeichen escaped** mit **/** (z.B // oder /' oder /!) *oder* es steht **zwischen zwei** (non-escaped) **Einzelquotes '** ('10/05/1998' oder 'Th!s !s quoted and €scapes / do nothing here, but are also not needed /').

   Gehen Sie davon aus, dass Escaping keinen Effekt in einem quoted Bereich hat.

c) [2 Punkte] *Parenthesization:* Hat der eingegeben Text eine **korrekte Klammerung**, d.h. jede öffnende Klammer hat eine passende schließende Klammer und umgekehrt. "(ri)(gh)t", "R(i(g)h)t" sind korrekt, aber "w(r)on)g" und "W)r)o(n(g" nicht.

d) [3 Punkte] *Password*: Hat der eingegeben Text **zwischen 8 und 20 Zeichen**, wobei **jede Art von Symbol** (L, U, D und S) **mindestens 1 mal** vorkommen muss?