

Theoretische Informatik 2 Übungsblatt 4

René Maseli
Prof. Dr. Roland Meyer

TU Braunschweig
Sommersemester 2022

Ausgabe: 14.06.2021

Abgabe: 24.06.2021, 23:59

Geben Sie Ihre Lösungen bis Freitag, den 24.06.2022 um 23:59 Uhr, ab. Hinterlassen Sie sie dazu im passenden Fach des Briefkastens vor IZ 343 oder laden Sie sie in den passenden Ordner hoch. Achten Sie darauf, dass Studiengang, Name, Vorname und Matrikelnummer jedes Gruppenmitglieds lesbar vorne auf Ihrer Abgabe zu finden sind.

Aufgabe 1: Der Satz von Rice [10 Punkte]

Wenden Sie den Satz von Rice, falls möglich, auf die folgenden Sprachen an. Begründen Sie jeweils, warum oder warum nicht der Satz angewendet werden kann.

1. [2 Punkte] $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \mathcal{L}(M_w) \text{ ist nicht entscheidbar.}\}$
2. [2 Punkte] $L_2 = \{\langle M \rangle \mid M \text{ akzeptiert kein Wort mit weniger als 100 Buchstaben.}\}$
3. [2 Punkte] $L_3 = \{\langle M \rangle \mid \mathcal{L}(M) \leq \text{ACCEPT}\}$
4. [2 Punkte] $L_4 = \{\langle M \rangle \mid \text{es gibt } n \leq |\delta_M| \text{ mit } 0^n \in \mathcal{L}(M)\}$
5. [2 Punkte] $L_5 = \{\langle M \rangle \mid \{0011\} \cdot \mathcal{L}(M) = \Sigma^*\}$

Aufgabe 2: Totalität [6 Punkte]

Betrachten Sie die Sprache $L_{\text{total}} = \{\langle M \rangle \mid M \text{ ist ein Entscheider.}\}$. Warum kann der Satz von Rice hier nicht angewendet werden? Was ist der Unterschied zu Aufgabenteil (a) in der vorherigen Aufgabe 1?

Zeigen Sie per Reduktion, dass L_{total} weder semi-entscheidbar noch co-semi-entscheidbar ist.

Hinweis. Sie haben in der letzten Hausaufgabe bereits von einer Sprache gezeigt, dass diese weder semi-entscheidbar noch co-semi-entscheidbar ist.

Aufgabe 3: Komplexitätsanalyse [8 Punkte]

Betrachten Sie die folgende Sprache

$$L_{\text{Copy}} = \{w\#w \mid w \in \{a, b\}^*\} \subseteq \{a, b, \#\}^* .$$

Ordnen Sie die Sprache L_{Copy} möglichst genau in die folgenden Klassen ein: $DTIME(O(f(n)))$, $NTIME(O(g(n)))$, $DSPACE(O(h(n)))$ und $NSPACE(O(j(n)))$. Findet Sie dazu möglichst kleine Funktionen f , g , h und j , sodass L_{Copy} in den jeweiligen Klassen enthalten ist.

Begründen Sie ihre Wahl, indem Sie jeweils die Arbeitsweise einer passenden Turingmaschine erklären (genaue Konstruktionen sind unnötig).

Aufgabe 4: Akzeptanz-Problem regulärer Sprachen [6 Punkte]

Wir haben bereits in Übungsblatt 1 gesehen, dass das Wortproblem regulärer Sprachen durch Turingmaschinen entschieden werden kann, welche sich immer nach Rechts bewegen und auf Blank sofort halten. Dabei wird kein zusätzlicher Speicher benötigt, denn die Sprache ist für jedes Wort-Problem bekannt. Das ändert sich, wenn der NFA Teil der Eingabe wird.

Wir definieren nun die Sprache

$$L_{\text{REG-ACC}} = \{\langle M \rangle \# w \mid M \text{ beschreibt einen endlichen Automaten und } w \in \mathcal{L}(M)\} .$$

1. Zeigen Sie, dass $L_{\text{REG-ACC}}$ in L liegt, indem Sie die Arbeitsweise eines Entscheiders mit einer festen Zahl logarithmisch beschränkter Arbeitsbänder angeben.

Hinweis. Sie können annehmen, dass die kodierte Turingmaschine deterministisch ist.

2. Beschreiben Sie die Zeitkomplexität Ihrer Konstruktion möglichst präzise, indem Sie eine Funktion $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $L_{\text{REG-ACC}} \in DTIME(f(n))$ angeben.